

Probabilité

Série 3

Exercice 1: Soit X une variable aléatoire de densité de probabilité:

$$f(x) = \begin{cases} 2kx & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Déterminer la constante k ,
2. Déterminer la fonction de répartition de X ,
3. Calculer: $P(X > \frac{1}{4})$, $P(\frac{1}{4} < X < \frac{3}{4} \mid X > \frac{1}{3})$,
4. Soit $Y = 3X$, déterminer la fonction de répartition de Y et sa densité de probabilité.

Exercice 2: Dans une entreprise, le délai de livraison d'une commande est une variable aléatoire normale de moyenne $\mu = 30$ jours et d'écart type $\sigma = 5$ jours.

1. Quelle est la probabilité que le délai soit compris entre 22 jours et 38 jours ?
2. Trouver le nombre réel x tel que 95% des cas le délai soit supérieur à x jours ?

Exercice 3: Une entreprise vend de la farine dans des sacs étiquetés de 5 kg. D'après une étude, le poids des sacs est une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 5,2$ kg et d'écart type $\sigma = 0,2$ kg.

1. Quelle est la probabilité qu'un sac pèse moins que le poids inscrit sur l'étiquette ?
2. Dans un stock il y a 10000 sacs. Donner le nombre de sacs qui pèsent moins de 5 kg;
3. Un sac est dit non conforme si son poids est inférieur à 4,8 kg.
 - Calculer la probabilité qu'un sac soit non conforme;
 - Quelle est de nombre de sacs non conformes parmi les 10000 sacs;
4. Un inspecteur visite l'entreprise afin de s'assurer que les règlements sur l'étiquetage sont bien respectés. Il prélève au hasard dix sacs parmi les 10000 sacs et pèse chacun à l'aide d'une balance très précise. Il suffit que l'un des sacs pèse moins de 4,8 kg pour qu'il émette un constat de non-conformité.

Quelle est la probabilité pour que l'inspecteur émette un avis de non-conformité ?

Exercice 4: Le gain net annuel d'une entreprise en millions de Dirhams (mDh) est

une variable aléatoire X de densité: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{0,08\pi}} e^{\frac{-(x-2)^2}{0,08}}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

1. Donner l'espérance et l'écart type du gain net annuel de l'entreprise,
2. Quelle est la probabilité que l'entreprise réalise un gain net annuel compris entre 1 600 000 Dh et 2 400 000 Dh ?

Exercice 5: Un magasin constate que 50% de ses visiteurs effectuent un achat. Étant donné qu'un après midi, 64 personnes ont visité le magasin indépendamment les uns des autres. On considère la variable aléatoire X définie par:

$X = \text{le nombre des visiteurs ayant effectué un achat parmi } 64$

1. Quelle est la loi de X ? Donner son expression, ainsi que son espérance et son écart type,
2. Calculer la probabilité que 30 visiteurs effectuent un achat,
3. En justifiant, préciser une loi approximative continue de X , et donner sa densité de probabilité,
4. En utilisant cette loi approximative, calculer la probabilité que:
 - Le nombre de visiteurs ayant effectué un achat ne dépasse pas 40,
 - Le nombre de visiteurs ayant effectué un achat soit compris entre 26 et 38.